# 5.　斜面安定解析法の一考察(円形すべり)

大内　友

## 1　まえがき

円形すべり解析法のうち分割法は　簡便法, Bishop法, Morgenstern法, Spencer法　へと発展してきた。簡便法は広く指針等に用いられているが「慣用法(簡便法)は計算が簡単であるが不静定力を極端に無視しているから精度が良くない。慣用法(簡便法)の使用は重要な斜面には避けたほうがよい。」(土木工学ハンドブック)とされている。

一方, Bishop法は「実用的には計算の簡単なBishop法で充分といって差しつかえない」(土木工学ハンドブック)とされている。又非円形すべり解析法として提案されたJanbu法は　Bishop法と同じ考えに立ち, 異なる点は Bishop法がモーメントの釣合を考えているのに対し 水平力の釣合を考えている点である。当報告では, これら3方法による安全率の差異を明らかにすると共に 水位の処理についての考察も加えた。

## 2　計算式

### ⓐ　簡便法

各帯片での合力は底面に平行であると仮定する.
各帯片のせん断力Tは

$$T = (c\cdot l + P'\cdot\tan\phi)/F_S \quad \cdots\cdots(1)$$

すべり円弧上の有効応力成分 $P'$ は

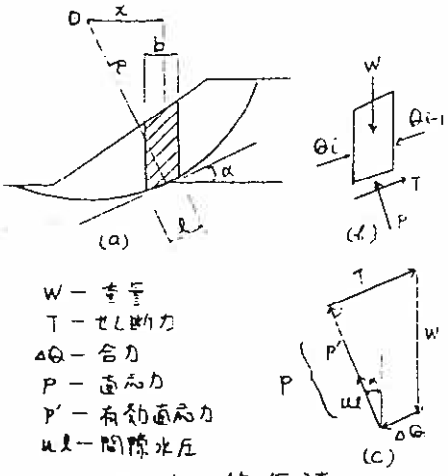
$$P' = P - u\cdot l = W\cdot\cos\alpha - u\cdot l \quad \cdots\cdots(2)$$

中心Oについてのモーメントの釣合より

$$\Sigma W\cdot x = R\cdot\Sigma W\cdot\sin\alpha = R\cdot\Sigma T \quad \cdots\cdots(3)$$

(1),(2),(3)式より T, $P'$ を消去する

$$F_S = \frac{1}{\Sigma W\cdot\sin\alpha}\cdot\Sigma\left\{c\cdot l + (W\cdot\cos\alpha - u\cdot l)\tan\phi\right\} \quad \cdots(4)$$




図－1　簡便法

### ⓑ　Bishop法

各帯片での合力は水平であると仮定する.
帯片での鉛直の釣合より

$$W = (P' + ul)\cos\alpha + T\cdot\sin\alpha \quad \cdots\cdots(5)$$

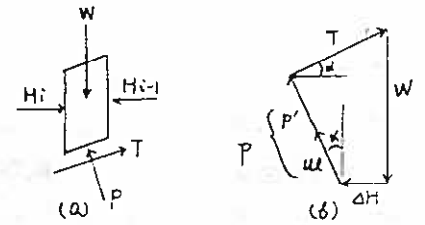
(1),(5)式より Tを消去し $P'$ を求める

$$P' = \frac{W - \{u\cdot l\cos\alpha + (cl/F_S)\cdot\sin\alpha\}}{\cos\alpha + (1/F_S)\cdot\tan\phi\sin\alpha} \quad \cdots(6)$$

(1),(6),(3)式より $P'$, T を消去すると

$$F_S = \frac{1}{\Sigma W\cdot\sin\alpha}\Sigma\frac{c\cdot l\cdot\cos\alpha + (W - u\cdot l\cos\alpha)\tan\phi}{m_\alpha} \quad \cdots(7)$$

$$m_\alpha = \cos\alpha\cdot\left\{1 + (1/F_S)\cdot\tan\phi\cdot\sin\alpha\right\}$$

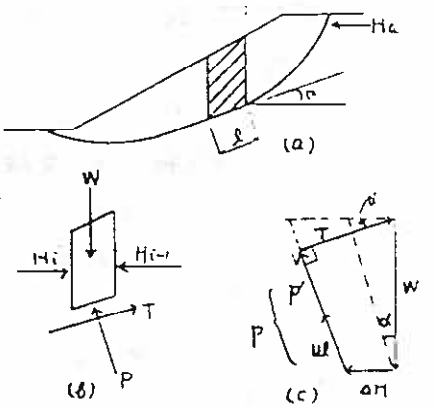



図－2　Bishop法

### ⓒ　Janbu法

Bishop法と同じく各帯片での合力は水平であると仮定する。帯片の水平の釣合より

$$T\sec\alpha - W\cdot\tan\alpha = \Delta H \quad \cdots\cdots(8)$$




図－3　Janbu法

全ての帯片について $\Delta H$ の和をつくると

$$\Sigma \Delta H = Ha \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

(8),(9) 式より

$$\Sigma T \cdot \sec\alpha - \Sigma W \tan\alpha = Ha \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

ここで (1),(6) 式より $P$ を消去し，$T$ を求めると

$$T = \frac{c\ell\cos\alpha + (W - u\ell\cos\alpha)\tan\phi}{Fs \cdot \cos\alpha\{1 + (1/Fs)\tan\phi \cdot \sin\alpha\}} \qquad \cdots\cdots\cdots (11)$$

(11) を (10) へ代入すると

$$Fs = \frac{1}{Ha + \Sigma W \tan\alpha} \cdot \Sigma \frac{c\ell\cos\alpha + (W - u\ell\cos\alpha)\tan\phi}{m\alpha \cdot \cos\alpha} \qquad \cdots\cdots (12)$$

なお Janbu 法はこの後 帯片の側面せん断力を考慮する修正係数 $f_0$ を (12) 式に乗じて斜面の安全率とすると されているが ここではこれを省略した。

3. 各解析方法の比較検討

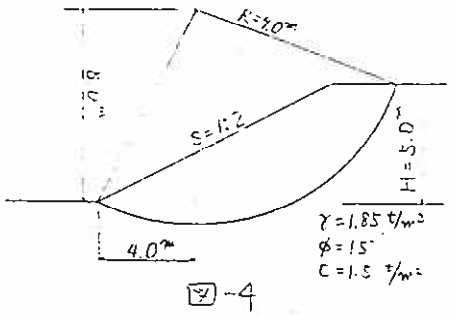
盛土高さ $H = 5.0^m$，法勾配 $S = 1:2$，$\gamma t = 1.85\ t/m^3$，$\gamma sat = 1.9\ t/m^3$，$\gamma' = 0.9\ t/m^3$ の盛土を想定し，強度及び水位条件を変化させて検討した。

ⓐ 分割数 (図－4)

$\phi = 15°$，$C = 1.5\ t/m^2$ として 分割数を 4, 7, 13, 25 の4ケースについて計算した結果を表－1 に示す。

Bishop 法は分割数が多くなるに従い安全率が小さくなり，Janbu 法は逆に大きくなる。簡便法の安全率が分割数により変化しないのは実際の計算式が他と異なる為である。分割数 13 個以上の場合は，安全率にほとんど変化がないこととなった。

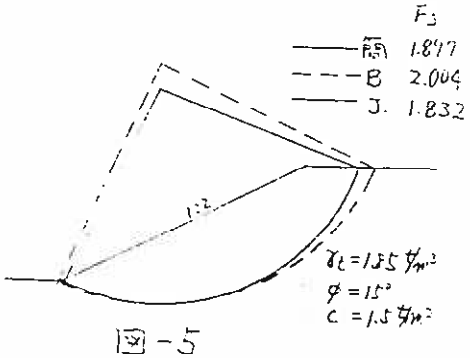
なお以下の計算では分割数は 25 個以上 である。



図－4

表－1 分割数による安全率の変化

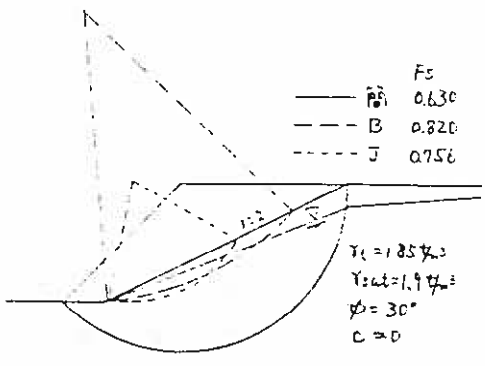
| | 分割数 | | | | 備考 |
|---|---|---|---|---|---|
| | $n=4$ | $n=7$ | $n=13$ | $n=25$ | |
| 簡便法 | 1.897 | 1.897 | 1.897 | 1.897 | 式が他と異なる |
| Bishop法 | 2.024 | 2.012 | 2.008 | 2.008 | n→大，Fs→小 |
| Janbu法 | 1.774 | 1.800 | 1.825 | 1.825 | n→大 Fs→大 |



図－5

ⓑ 臨界円の位置

$\phi = 15°$，$C = 1.5\ t/m^2$ とした場合(図－5) と，$\phi = 30°$，$C = 0$ として水位を考えた場合(図－6) の臨界円を求めた。各方法による臨界円の位置は異なり，いずれも水の場合の臨界円の位置の相違が著しい。この原因は，後述する，砂質土における水位の影響と考えられる。



図－6

ⓒ 粘性土の場合 (図－7)

$\phi = 0$，$C = 3\ t/m^2$ として，水位が無い場合と，有る場合の計算を行った。その結果を表 3.2 に示す。

簡便法 Fs と Bishop 法 Fs は，水位無の時 2.208，水位有の時 2.237 と等しくなった。

計算式 (4)，(7)，(12) に $\phi=0$ を代入すると

$$\begin{cases} \text{簡便法 } Fs = \text{Bishop 法 } Fs = \dfrac{1}{\Sigma W \cdot \sin\alpha} \cdot \Sigma\, cl \\ \text{Janbu 法 } Fs = \dfrac{1}{\Sigma W \tan\alpha} \Sigma \dfrac{cl}{\cos\alpha} \end{cases}$$

となり，計算式上からも $\phi=0$ の場合は簡便法 Fs と Bishop 法 Fs が一致することてをる。

Janb 法 Fs は 簡便法，Bishop 法 Fs よりも 2～3% 低い値となった。

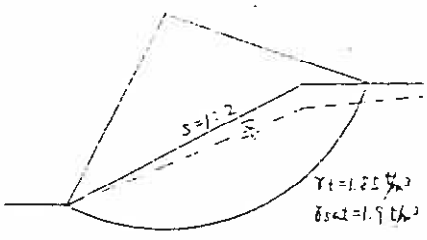


図-7

ⓓ 砂質土の場合 (図-7)

$\phi=30°$，$c=0$，として水位が無い場合，有る場合の計算を行った。その結果を表-3 に示す。

水位の無い場合は Bishop 法 Fs を 100% とすると，簡便法 Fs は 86%，Janbu 法 Fs は 85% となった。

水位の有る場合は，Bishop 法 Fs を 100% とすると，Janbu 法 Fs は 85%，簡便法は，著しく水位により安全率が低下し，74% となった。

水位の無い場合，Bishop 法と簡便法に差が出るのは，(7) 式の $m_\alpha$ の影響である。

表-2 粘性土の場合の安全率

| 水位条件 | 簡便法 | Bishop 法 | Janbu 法 | 備考 |
|---|---|---|---|---|
| 無 | 2.280 | 2.280 | 2.202 | |
| | 100% | 100% | 97% | Bishop Fs を 100 とした場合の割合 |
| 有，間隙水圧 $u_l$ を考慮 | 2.237 | 2.237 | 2.183 | |
| | 100% | 100% | 98% | Bishop Fs を 100 とした場合の割合 |
| 有，$\gamma'$ で計算 | 3.598 | 3.598 | 3.431 | 不適当な計算 |

表-3 砂質土の場合の安全率

| 水位条件 | 簡便法 | Bishop 法 | Janbu 法 | 備考 |
|---|---|---|---|---|
| 無 | 1.632 | 1.897 | 1.618 | |
| | 86% | 100% | 85% | Bishop Fs を 100 とした場合の割合 |
| 有，間隙水圧 $u_l$ を考慮 | 0.752 | 1.016 | 0.864 | |
| | 74% | 100% | 85% | Bishop Fs を 100 とした場合の割合 |
| 有，$\gamma'$ で計算 | 1.502 | 1.761 | 1.498 | 不適当な計算 |

水位の有る場合に，特に簡便法の安全率が低い理由としては (4)，(7)，(9) 式の分子中の $\tan\phi$ に関する項を取り出すと明らかとなる。

$$\begin{cases} \text{簡便法} & \cdots\cdots (W\cos\alpha - u_l l)\tan\phi \\ \text{Bishop 法，Janbu 法} & \cdots\cdots (W - u_l l\cos\alpha)\tan\phi \end{cases}$$

簡便法は他の二方法に比べ 間隙水圧 $u_l$ の影響が著しく，特に $\alpha$ が大きい時は $u_l$ の影響が顕著となる。場合によっては $(W\cos\alpha - u_l l)$ が負ともなり，現実て大いに相異する。

4. 水位の処理について

ⓐ 水位に勾配がある場合の処理について (図-7)

水位に勾配がある場合は間隙水圧 $u_l$ を考慮すべきであるが，ここでは間違った計算方法として水位以下の土の単位重量を水中重量 $\gamma'$ として間隙水圧を考慮しないで計算した例を 表-2，表-3 の最下段に示した。

簡便法による計算結果からみると 粘性土の場合では，間隙水圧を考慮した場合 $Fs=2.237$，水中重量 $\gamma'$ で計算した場合は $Fs=3.598$ と 1.6 倍の安全率となった。

計算二の場合では間隙水圧を考慮した場合 $F_s=0.752$, $\gamma'$で計算した場合は $F_s=1.502$ と実に2倍もの安全率となった。

⑥ 水位がlevelの場合の処理について（図-8, 図-9, 図-10）

水位がlevelの場合は、水位以下の単位重量を水中重量として間隙水圧を考慮しない計算方法が一般的である。又水中にすべり面が発生する場合は、水を $\gamma=10$ の強度のない土と考えて計算することも一般的である。ここでは、これらの点についての検討を試みた。

計算方法

イ) 水位以下の単位重量を水中重量 $\gamma'$ として間隙水圧 $u_l$ を考慮しない。

ロ) 間隙水圧を考慮し水中にすべり面を考える。

ハ) 間隙水圧を考慮し水中にすべり面を考えず水圧を水平力 PH で置き換える。

水位条件

a) 部分水没の場合, b) 水没の場合, c) 水中に没した場合

以上の条件下で計算した結果を表-4に示す。

イ)とロ)に着目して検討を行う。Bishop法, Janbu法では水位条件に拘らず両者の安全率の差はほとんど無い。簡便法ではイ)に対しロ)はa)で3%, b)で9%, c)で11%低い安全率となった。安全率の計算式(4),(7),(11)の分母の値は $\gamma'$ を用いても $\gamma_{sat}$ を用いても同じ値となる。各式の分子中の $\tan\phi$ に関する項を取り出すと、Bishop法, Janbu法では

$$W-u_l\cdot\cos\alpha \fallingdotseq W-u\cdot b=W'$$

となり計算式上も両者の値はほぼ等しくなる。なお $b$ は帯片の幅, $u_b$ は水の体積, $W'$ は水中重量である。　簡便法では

$$W\cos\alpha-u_l \fallingdotseq (W'+u_b)\cos\alpha-u_b/\cos\alpha$$
$$=W'\cos\alpha-u_b(1-\cos\alpha)/\cos\alpha < W'\cos\alpha$$

となり、式上もイ)に比べロ)が小さい値となる。

ロ)とハ)に関しては各方法共水位条件に拘らずほぼ同じ安全率を得た。

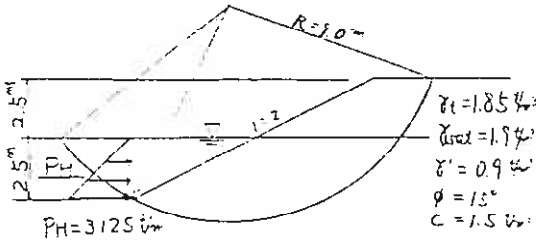



図-8　部分水没

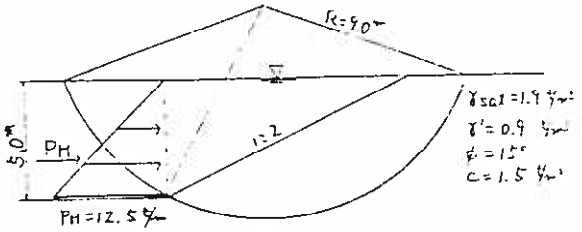



図-9　水没

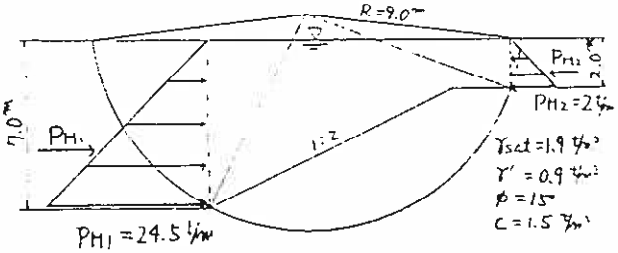



図-10　水中に没した場合

表-4

| 種類 | | 安全率 簡便法 | Bishop法 | Janbu法 |
|---|---|---|---|---|
| 部分水没 | イ) γ' | 2.016 | 2.124 | 1.925 |
| | ロ) ul考慮 | 1.956 | 2.124 | 1.925 |
| | ハ) ul+PH | 1.956 | 2.123 | 1.927 |
| 水没 | イ) γ' | 3.101 | 3.204 | 2.989 |
| | ロ) ul考慮 | 2.842 | 3.205 | 3.001 |
| | ハ) ul+PH | 2.840 | 3.202 | 2.975 |

表-4（続き）

| 種類 | | 安全率 簡便法 | Bishop法 | Janbu法 |
|---|---|---|---|---|
| 水中 | イ) γ' | 3.101 | 3.204 | 2.989 |
| | ロ) ul考慮 | 2.770 | 3.205 | 3.010 |
| | ハ) ul+PH | 2.765 | 3.198 | 2.968 |

5. 考察

1) 分割数は10数個で充分であろう。当例では分割数を多く(25個)しても精度は上らなかった。

2) 臨界円の位置(破壊規模)は各方法で異なり，特に地盤が砂質土で水位に勾配がある場合の相違が著しい。

3) 粘性土地盤に於ては，簡便法による安全率とBishop法による安全率は等しい。Janbu法による安全率は当例では他の2者のそれに比べ2~3%低い値となった。

4) 砂質土地盤に於ては，簡便法 Janbu法による安全率はBishop法のそれに比べ，約2%と低い。これが水位が有る場合ではJanbu法による安全率はBishop法のそれに比べ85%，簡便法による安全率はBishop法によるそれに比べ74%と著しく低い値となった。

5) 水位に勾配が有る場合は，水位以下の単位重量を水中重量として間隙水圧を考慮しないで計算(以下「γ'で計算」と称する。)してはならない。当例では間隙水圧を考慮した計算(以下「u考慮の計算」と称する。)値に比べ「γ'で計算」した値は1.6~2.0倍もの値となり「γ'で計算」することは危険な設計をすることとなる。

6) 水位がlevelの場合，Bishop法，Janbu法では，「γ'で計算」しても「u考慮の計算」をしても，ほぼ同じ値の安全率が得られた。簡便法に於ては，「γ'で計算」した値は「u考慮の計算」をした値よりも3%~11%高い値となった。Bishop法を基準として考えると，簡便法に於ては，水位がlevelの場合は「γ'で計算」した方が良いと言える。

7) 水中にすべり面が発生した場合，水中にすべり面を考えた場合と，水平水圧に置き換えた場合の安全率の差は，ほとんど無い結果を得た。

6 あとがき

今回の報告で，特に簡便法とBishop法の差異を明らかにすると共に，水位の処理についてひとつのまとめをすることが出来た。

粘性土地盤の場合など強度を逆算法によって求めて対策を考える場合等に於ては簡便法を用いても，大きな差異は無いが，砂質地盤で水位があり，かつ試験等より，地盤定数が得られている場合等に於てはBishop法による計算が好ましいと思われる。

参考文献：「土質工学ハンドブック」土質工学会，「土木工学ハンドブック」土木学会
「土質力学」テルツァギ ペック，「土質力学」山口柏樹，「土の安定とその実際」福岡俊
「渓流施設の技術上の基準」日本砂防協会，「道路土工指針」日本道路協会，
「設計要領」日本道路公団，「土地改良基準」農林省土地改善局